

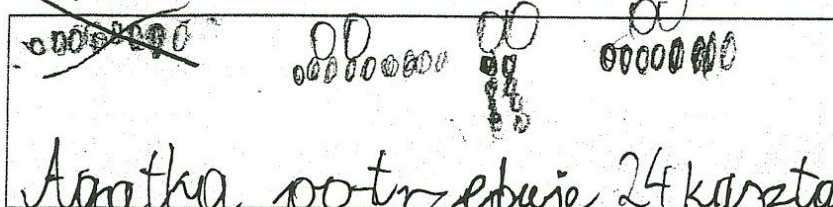
## Przykładowe uczniowskie rozwiązania zadań OBUT 2014

### Zadanie Kasztany

Agata robiła ludziki z kasztanów. Na wykonanie dwóch ludzików potrzebowała 8 kasztanów. W ciągu dziesięciu minut zrobiła 3 ludziki. Ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie 6 ludzików?

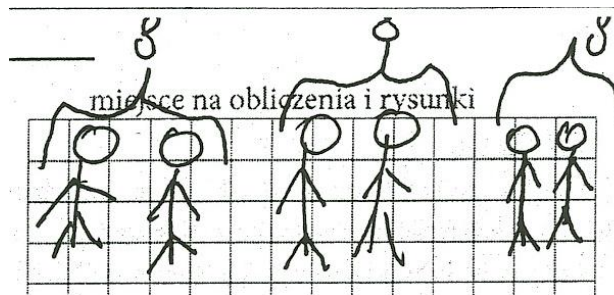
### Rozwiązania uczniowskie

na wykonanie 6 ludzików?



$$8 + 8 + 8 = 24$$

Agatka potrzebuje 24 kasztany  
na wykonanie 6 ludzików.



Uczniowie, których zapisy rozwiązań przedstawiono wyżej, nie zastanawiali się nad tym, z ilu kasztanów jest zbudowany jeden ludzik. Narysowali ludziki dwójkami, zaznaczając, że na dwa ludziki potrzeba ośmiu kasztanów. I stąd wyciągnęli wniosek, że na wykonanie sześciu ludzików Agata potrzebowała dwudziestu czterech kasztanów.

$$8 + 8 + 8 = 24$$

Agatka potrzebuje 24 kasztanów.

Trzecioklasista, który zapisał tylko działanie znajdujące się obok, nie potrzebował wspierać swojego rozwiązania rysunkiem. Skorzystał natomiast z informacji, że na dwa ludziki potrzeba ośmiu kasztanów.

Podobne rozwiązanie, jak opisane wcześniej, przedstawił kolejny uczeń. Nie zapisał nigdzie, że 6 ludzików to trzy zestawy po dwa ludziki (czyli po osiem kasztanów), ale z tej informacji skorzystał.

Handwritten student work on grid paper. At the top, a tree diagram shows a person at the top with two children, each of whom has two children, and so on, representing a family structure. Below the diagram, there are handwritten notes: "8:2 = 4 kasztanów na jednego ludzika" and "6 · 4 = 24 kasztanów na 6 ludzików".

miejsce na obliczenia i rysunki

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$3 \cdot 8 = 24$$

Agata na wykonanie 6 ludzików potrzebuje 24 kasztanów

Handwritten student work on grid paper. At the top, there are six small figures, each consisting of a circle with four smaller circles attached to it, representing a person. Below the figures, there is a calculation:  $6 \cdot 4 = 24$ .

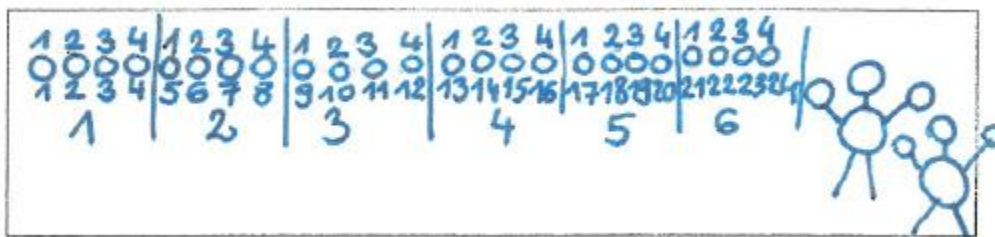
Trzecioklasiści, których rozwiązania zaprezentowano wyżej, wykorzystali rysunki do pokazania dwukrokowego rozwiązania. Obliczyli, ile kasztanów potrzeba na zbudowanie jednego ludzika. Rysunki pełnią u nich różną funkcję: jeden uczeń wykonał figuralne rysunki ludzików, ale liczba kasztanów na jednego ludzika wynika z działania; drugi zaś grupował kasztany po cztery i w ten sposób, na schematycznym rysunku pokazał, że wykonanie jednego ludzika wymaga użycia czterech kasztanów. Korzystając z tej wiedzy, obaj policzyli, że na wykonanie sześciu ludzików potrzeba użyć dwudziestu czterech kasztanów.

Innemu trzecioklasiście wystarczyło tylko zapisanie dwóch działań:

$$8:2=4 \quad 6 \cdot 4=24$$

Odp: Lopata potrzebuje 24 kasztany.

Uczeń, którego rozwiązanie pokazano niżej, pracowicie narysował kasztany potrzebne do ułożenia sześciu ludzików. Zastosował czytelną strategię liczenia. Liczby, zapisane tuż nad kasztanami, odliczał czwórkami, notując, ile tych czwórek jest, a pod kasztanami policzył, ile kasztanów wykorzystał.



### Zadanie Kosze z jabłkami

W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek. Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza, żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?

### Rozwiązania uczniowskie

$$14+6=20 \quad 20:2=10$$

Odp.: Z pierwszego kosza trzeba przełożyć 4 jabłka do drugiego.

Uczeń, którego rozwiązanie przedstawiono wyżej, oblicza, ile jabłek jest w obu koszach razem i ile powinno być w każdym z nich osobno. Z informacji, że w obu koszach musi być po 10 jabłek wyciąga wniosek, że z pierwszego kosza należy przełożyć do drugiego cztery jabłka.




Podobnie postępuje uczeń, którego rozwiązanie pokazujemy obok. Uczeń ten dodatkowo oblicza, ile jabłek brakuje w drugim koszu do 10 sztuk.

$$14 - 6 = 8 \quad 20 : 2 = 10$$

$$10 - 6 = 4$$

Trzecioklasista, którego rozwiązanie przedstawiamy po prawej stronie obliczył, o ile więcej jest jabłek w pierwszym koszu. Osiem jabłek podzielił na dwie równe części i sprawdził, zapisując dwa działania, czy zabranie z pierwszego i dołożenie do drugiego kosza czterech jabłek jest odpowiedzią na postawione w zadaniu pytanie.



$$14 - 6 = 8 \text{ - więcej jabłek}$$

$$8 : 2 = 4 \text{ - tyle jabłek trzeba}$$

$$\text{np. } 14 - 4 = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

Trzy, zaprezentowane niżej, uczniowskie rozwiązania opierają się na takiej samej strategii. Z pierwszego kosza przekładane jest do drugiego po jednym jabłku, aż do momentu, kiedy liczba jabłek w obu koszach jest taka sama.

Do drugiego kosza trzeba dać 4 jabłka, żeby w jednym i w drugim koszu było tak samo jabłek.

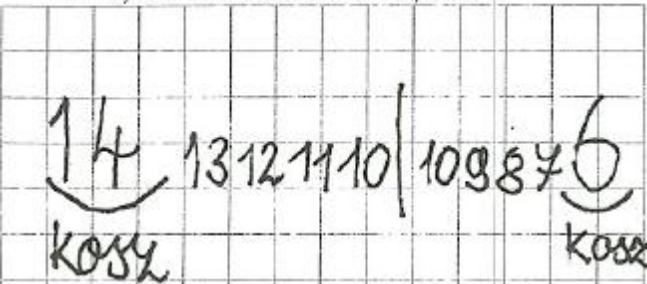
14-1	6+1
13-1	7+1
12-1	8+1
11-1	9+1
10-	10

$$14-1=13 \quad 6+1=7 \quad 13-1=12 \quad 7+1=8$$

$$12-1=11 \quad 8+1=9 \quad 11-1=10 \quad 9+1=10$$

$$14-4=10 \quad 6+4=10$$

miejsce na obliczenia i rysunki



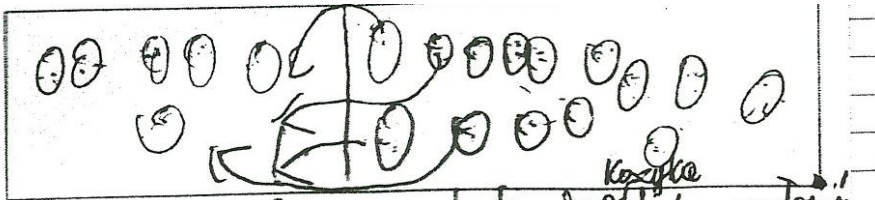
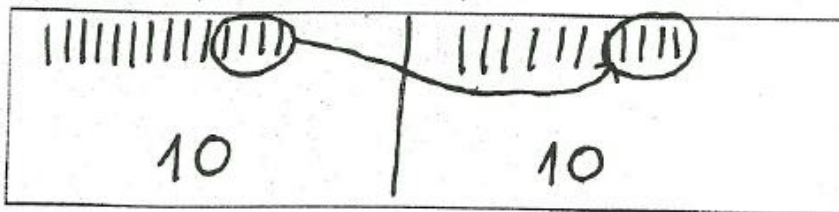
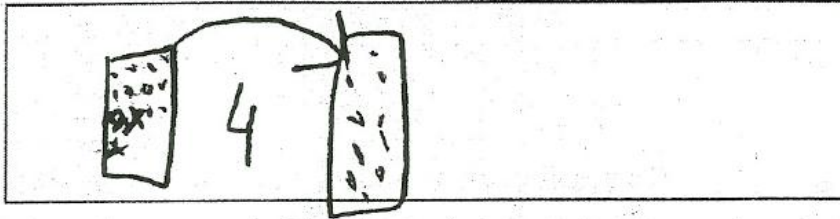
14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6

kosz | kosze

### Zadanie 10

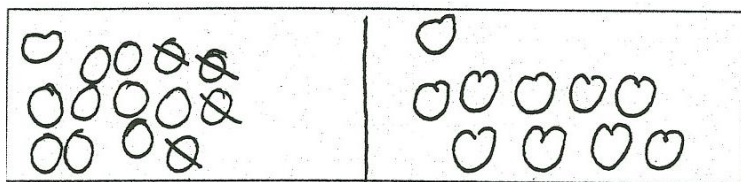
W pierwszym koszu jest 14 jabłek, a w drugim 6 jabłek.  
Ile jabłek trzeba przełożyć z pierwszego do drugiego kosza,  
żeby w obydwu było po tyle samo jabłek?

$$14 - 4 = 10$$



Z pierwszego do drugiego trzeba przełożyć 4 jabłek.

### Zadanie 11



Wśród uczniowskich rozwiązań zadania *Kosze z jabłkami* pojawiły się też takie, jak przedstawione wyżej, gdzie rozwiązania zostały pokazane za pomocą rysunku. Często, informacja o liczbie jabłek, którą należy przełożyć, jest zapisana tylko jako skreślenie 4 jabłek z jednego kosza i dorysowanie ich w drugim koszu.